



فست بوک ریاضی هفتم

آموزش سریع، آسان و کامل

Fast Book 7



آمنه اکبر شریفی

لیلا نوربخش

✓ لوح برتر انتخاب برتر



آموزش سریع و آسان ریاضی پایه هفتم و جامع بودن مطالب عنوان شده، از ویژگی‌های این کتاب جیبی کم حجم است. ساختار کتاب به گونه‌ای است که در صفحات زوج «آموزش و تمرین» و در صفحات فرد «مثال‌های حل شده» ارائه شده است. در پایان هر درس بخشی با نام «بیش‌تر بدانیم» برای دانش‌آموزان مستعدتر و همچنین در پایان هر فصل، تمرین‌های تشریحی فصل، گنجانده شده است. آزمون‌های تشریحی نوبت اول و دوم که دارای پاسخ‌های کاملاً آموزشی نیز هستند تکمیل‌کننده این مجموعه است.



تهران، خیابان انقلاب، خیابان فخررازی
نبش کوچه ماستری فراهانی، پلاک ۲۸
۶۶۱۷۵۰۵۳ - ۶۶۹۷۱۸۰۴ - ۶۶۹۷۱۹۷۰

www.Lohebartar.ir
Lohebartar@gmail.com
[@Lohebartarpub](https://www.instagram.com/Lohebartarpub)

سامانه پیامکی: ۰۵۳۶۰۰۰۰۵۳۶



QRCode

فہستہ بوک ریاضی ہفتم

آموزش سریع، آسان و کامل

(یک صفحہ آموزش، یک صفحہ مثال)

مؤلفان

لیلا نورش، خدیجہ سرکاک، آمنہ کبر شریفی

انتشارات لوح برتر



فهرست

<p>۱۷۱ پاسخ تشریحی تمرین‌های فصل پنجم ۱۷۱</p> <p>آزمون نیم‌سال اول ۱۷۳</p> <p>فصل نهم: سطح و میم</p> <p>آموزش و تمرین ۱۸۲</p> <p>مثال و پاسخ ۱۸۳</p> <p>بیش‌تر بدانیم ۲۰۰</p> <p>تمرین‌های فصل ششم ۲۰۲</p> <p>پاسخ تشریحی تمرین‌های فصل ششم ۲۰۴</p> <p>فصل هفتم: توان و جذر</p> <p>آموزش و تمرین ۲۰۸</p> <p>مثال و پاسخ ۲۰۹</p> <p>بیش‌تر بدانیم ۲۲۶</p> <p>تمرین‌های فصل هفتم ۲۲۶</p> <p>پاسخ تشریحی تمرین‌های فصل هفتم ۲۲۸</p> <p>فصل هشتم: بردار و مفصلیات</p> <p>آموزش و تمرین ۲۴۲</p> <p>مثال و پاسخ ۲۴۳</p> <p>بیش‌تر بدانیم ۲۶۸</p> <p>تمرین‌های فصل هشتم ۲۷۲</p> <p>پاسخ تشریحی تمرین‌های فصل هشتم ۲۷۴</p> <p>فصل نهم: آمار و احتمال</p> <p>آموزش و تمرین ۲۷۸</p> <p>مثال و پاسخ ۲۷۹</p> <p>بیش‌تر بدانیم ۲۹۴</p> <p>تمرین‌های فصل نهم ۳۰۰</p> <p>پاسخ تشریحی تمرین‌های فصل نهم ۳۰۲</p> <p>آزمون پایان سال ۳۰۵</p> <p>پاسخ تشریحی آزمون نیم‌سال اول ... ۳۱۳</p> <p>پاسخ تشریحی آزمون پایان سال ۳۱۷</p>	<p>فصل اول: راهبردهای حل مسئله</p> <p>آموزش و تمرین ۶</p> <p>مثال و پاسخ ۷</p> <p>بیش‌تر بدانیم ۲۴</p> <p>تمرین‌های فصل اول ۲۸</p> <p>پاسخ تشریحی تمرین‌های فصل اول ۳۰</p> <p>فصل دوم: اعداد صحیح</p> <p>آموزش و تمرین ۳۴</p> <p>مثال و پاسخ ۳۵</p> <p>بیش‌تر بدانیم ۵۶</p> <p>تمرین‌های فصل دوم ۶۰</p> <p>پاسخ تشریحی تمرین‌های فصل دوم ۶۲</p> <p>فصل سوم: میز و معادله</p> <p>آموزش و تمرین ۶۶</p> <p>مثال و پاسخ ۶۷</p> <p>بیش‌تر بدانیم ۸۴</p> <p>تمرین‌های فصل سوم ۸۸</p> <p>پاسخ تشریحی تمرین‌های فصل سوم ۹۰</p> <p>فصل چهارم: هندسه و استدلال</p> <p>آموزش و تمرین ۹۴</p> <p>مثال و پاسخ ۹۵</p> <p>بیش‌تر بدانیم ۱۲۲</p> <p>تمرین‌های فصل چهارم ۱۳۶</p> <p>پاسخ تشریحی تمرین‌های فصل چهارم ۱۳۸</p> <p>فصل پنجم: شمارنده‌ها و اعداد اول</p> <p>آموزش و تمرین ۱۴۲</p> <p>مثال و پاسخ ۱۴۳</p> <p>بیش‌تر بدانیم ۱۶۴</p> <p>تمرین‌های فصل پنجم ۱۷۰</p>
--	---

برنام‌آور: حمزه داریم‌ازاوست

مقدمه ناشر

کتاب «**فست بوک ریاضی هفتم**» با رویکرد یک صفحه آموزش و تمرین، یک صفحه مثال و پاسخ طراحی شده است. ما به دلیل استقبال خوب دانش‌آموزان و دبیران گرامی، فست بوک ریاضی پایه‌های دهم و یازدهم را نیز به فست بوک‌های هفتم، هشتم و نهم اضافه کردیم. فست بوک ریاضی هفتم دارای ویژگی‌های زیر است:

تمام مباحث و مطالب کتاب درسی پایه هفتم مطابق با کتاب درسی جدید با زبانی ساده و آسان آموزش داده شده است. به‌طور کلی صفحات زوج به «آموزش و تمرین» و صفحات فرد به «مثال و پاسخ» اختصاص داده شده است. در پایان هر فصل برای دانش‌آموزان مستعدتر، مطالبی فراتر از سطح کتاب درسی با نام «پیش‌تر بدانیم» در نظر گرفته شده است. همچنین تمرین‌هایی با پاسخ کاملاً تشریحی و آموزشی در پایان هر فصل ارائه شده است. دو دوره آزمون نیم‌سال اول و پایان سال با پاسخ تشریحی تکمیل‌کننده این کتاب سریع و جذاب هستند. قابلیت حمل آسان و جامع بودن این کتاب برای دانش‌آموزان هیجان‌انگیز است و تدریس دبیران با استفاده از این مجموعه، بسیار ساده و آسان خواهد شد.

امید است این مجموعه مورد استقبال دبیران فرهیخته و دانش‌آموزان عزیز قرار گیرد. انشاء الله...

صادق گرجی

مدیر انتشارات لوح برتر

فصل اول

راهبردهای حل مسئله



فهرست داخلی فصل اول

آموزش و تمرین	۶
مثال و پاسخ	۷
بیشتر بدانیم	۲۴
تمرین‌های فصل اول	۲۸
پاسخ تشریحی تمرین‌های فصل اول	۳۰

آموزش و تمرین

برای حل یک مسئله

- ۱) باید مسئله را به خوبی فهمید (برای فهمیدن مسئله، باید چند بار صورت مسئله را خواند و داده‌های مسئله را شناسایی نمود و خواسته‌های مسئله را مشخص کرد.)
- ۲) انتخاب راهبرد (مسائل را می‌توان از راه‌حل‌های متفاوتی حل کرد. پس از خواندن مسئله، بهترین راه‌حل برای حل آن، راهبرد مسئله است.)
- ۳) حل کردن (حل مسئله با توجه به راهبرد و اعمال جمع و تفریق و ضرب و ...)
- ۴) بازگشت به عقب (یعنی امتحان راه‌حل مسئله با حل معکوس آن.)



مثال و پاسخ

مثال: برخی از راهبردهای حل مسئله عبارت‌اند از:

پاسخ:

- ۱- رسم شکل
- ۲- الگوسازی
- ۳- الگویابی
- ۴- حذف حالت‌های نامطلوب
- ۵- حدس و آزمایش
- ۶- تبدیل مسئله به مسائل ساده‌تر
- ۷- تبدیل مسئله به زیر مسئله
- ۸- روش نمادین

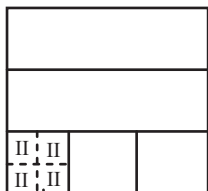
آموزش و تمرین

راهبرد رسم شکل

در این روش داده‌های مسئله را روی شکل مشخص می‌کنیم تا نیاز به محاسبه کاهش یابد.

تمرین: ساختمانی سه طبقه دارد. در هر طبقه ۳ واحد، در هر واحد ۴ اتاق خواب و در هر اتاق خواب ۲ تخت وجود دارد. در این ساختمان چند تخت وجود دارد؟

پاسخ:



۸ تخت

$$\Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline ۸ & ۸ & ۸ \\ \hline ۸ & ۸ & ۸ \\ \hline ۸ & ۸ & ۸ \\ \hline \end{array} \Rightarrow ۹ \times ۸ = ۷۲$$

۷۲ تخت در کل ساختمان وجود دارد.

مثال و پاسخ

مثال (۱): زمینی به شکل مستطیل داریم. نصف آن را گندم و ثلث نصف دیگر را شلغم و در بقیه آن جو کاشتیم. حساب کنید چه کسری را شلغم کاشته‌ایم؟

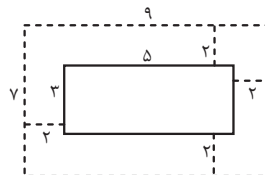
پاسخ:

	شلغم
گندم	جو
	جو

$\frac{1}{6}$ را شلغم کاشته‌ایم.

مثال (۲): باغچه‌ای به شکل مستطیل به ابعاد ۳ و ۵ متر داریم. اگر بخواهیم دور باغچه حصار با فاصله ۲ متر از لبه‌های باغچه بکشیم، چقدر نرده لازم داریم؟

پاسخ:



(عرض + طول) \times ۲ = محیط مستطیل
 $= 2(9 + 7) = 2 \times 16 = 32$

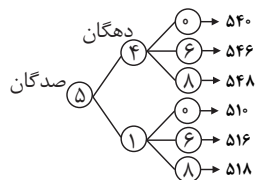
آموزش و تمرین

راهبرد الگوسازی

برای حل برخی از مسائل، شما نظم خاصی را در مراحل کشف می‌کنید و یا با نظم و ترتیب خاصی، تمام حالت‌های ممکن برای مسئله را به دست می‌آورید. به این نظم و ترتیب در نوشتن، الگوسازی گویند.

تمرین: تمام اعداد سه رقمی که رقم صدگان آن‌ها ۵، رقم دهگان آن‌ها ۴ و ۱ و رقم یکان آن‌ها صفر و شش و هشت است را بیابید.

✓ پاسخ:



مثال و پاسخ

مثال (۱): با انگشتان یک دست، به چند صورت می‌توان عدد ۳ را نشان داد؟

پاسخ: به شش طریق

۱	۲	۳	۴	۵	
✓	✓	✓			۱
✓	✓		✓		۲
✓	✓			✓	۳
	✓	✓	✓		۴
	✓	✓		✓	۵
		✓	✓	✓	۶

مثال (۲): تمام حالت‌های ممکن برای این که ضرب دو عدد ۳۰ شود را بنویسید.

پاسخ: {۱, ۲, ۳, ۵, ۶, ۱۰, ۱۵, ۳۰}

عدد اول	عدد دوم	حاصل ضرب
۱	۳۰	۳۰
۲	۱۵	۳۰
۳	۱۰	۳۰
۵	۶	۳۰

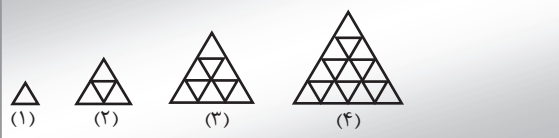
با توجه به این که طبق خاصیت جابه‌جایی ضرب، حاصل $۵ \times ۶ = ۶ \times ۵$ برابر است، پس هنگامی که در جدول به عدد تکراری می‌رسیم، یعنی تمام اعداد را محاسبه کرده‌ایم و حل تمام شده است.

آموزش و تمرین

الگویابی

گاهی در مسائل، شما الگوی خاصی را بین اعداد و یا شکل‌ها پیدا می‌کنید که طبق این الگو می‌توانید اعداد بعدی را بیابید. به این راهبرد، الگویابی گویند.

تمرین: شکل پنجم، از چند مثلث کوچک به اندازه واحد درست شده است؟

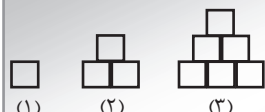


پاسخ:

شکل	۱	۲	۳	۴	۵
تعداد مثلث	۱	۴	۹	۱۶	۲۵
الگو	۱	۲×۲	۳×۳	۴×۴	۵×۵

مثال و پاسخ

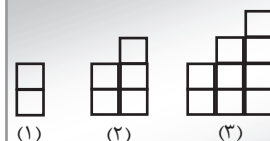
مثال (۱): ردیف اول شکل دوازدهم از چند مربع درست شده است؟



شکل	۱	۲	۳
تعداد مربع در ردیف اول	۱	۲	۳

پاسخ: ردیف اول شکل دوازدهم از ۱۲ مربع، درست شده است. ✓

مثال (۲): شکل هشتم از چند مربع درست شده است؟



پاسخ: ✓

شکل	۱	۲	۳	۴
تعداد مربع واحد	۲	۵	۹	۱۴
الگو	۲	۲+۳	۲+۳+۴	۲+۳+۴+۵

شکل هشتم = $۲ + ۳ + ۴ + ۵ + ۶ + ۷ + ۸ + ۹ = ۴۴$

آموزش و تمرین

حذف حالت‌های نامطلوب

در برخی از مسائل شما می‌توانید همهٔ حالت‌های ممکن برای دستیابی به جواب را ثبت نمایید. سپس با حذف حالت‌های غیرممکن و یا نامطلوب جواب مسئله را بیابید.

تمرین: کوچک‌ترین عدد سه رقمی که بر ۱۵ بخش پذیر است را بیابید.

پاسخ: می‌دانیم اعدادی بر ۱۵ بخش پذیر هستند که هم بر ۳ و هم بر ۵ بخش پذیر باشند.

عدد	بر ۳	بر ۵	بر ۱۵
۱۰۰	-	✓	-
۱۰۱	-	-	-
۱۰۲	✓	-	-
۱۰۳	-	-	-
۱۰۴	-	-	-
۱۰۵	✓	✓	✓

مثال و پاسخ

مثال (۱): مجموع سن دو نفر ۳۲ و اختلاف سن آن‌ها ۱۶ است. سن هر یک را بیابید.

پاسخ: اعدادی که حاصل جمع آن‌ها ۳۲ نمی‌باشد، جزء حالت‌های ناممکن است و در نظر گرفته نمی‌شود.

سن اولی	سن دومی	جمع	اختلاف
۳۱	۱	✓	۳۰
۳۰	۲	✓	۲۸
۲۹	۳	✓	۲۶
۲۸	۴	✓	۲۴
۲۷	۵	✓	۲۲
۲۶	۶	✓	۲۰
۲۵	۷	✓	۱۸
۲۴	۸	✓	۱۶

مثال (۲): دو عدد طبیعی بیابید که حاصل جمع آن‌ها ۱۱ و حاصل ضرب آن‌ها ۲۴ شود.

پاسخ:

عدد اول	عدد دوم	جمع	ضرب
۱	۱۰	۱۱	۱۰
۲	۹	۱۱	۱۸
۳	۸	۱۱	۲۴



آموزش و تمرین

راهبرد حدس و آزمایش

در برخی از سؤالات، شما می‌توانید به‌جای این‌که همهٔ حالت‌ها را بنویسید، با استفاده از حدس و آزمایش و با انتخاب برخی از حالت‌ها به جواب برسید.

تمرین: در یک مزرعه ۱۱ مرغ و گاو زندگی می‌کنند. تعداد پاهای گاوها و مرغ‌ها روی هم ۳۸ است. تعداد گاوها و مرغ‌ها را حساب کنید.

پاسخ:

گاو	مرغ	جمع	جمع پاهای حیوانات
۶	۵	۱۱	$6 \times 4 + 5 \times 2 = 34$
۷	۴	۱۱	$7 \times 4 + 4 \times 2 = 36$
۸	۳	۱۱	$8 \times 4 + 3 \times 2 = 38$

مثال و پاسخ

مثال (۱): دو زاویه متمم یکدیگرند. اندازه یکی ۴ برابر دیگری است. حساب کنید اندازه زاویه بزرگتر چقدر است؟

پاسخ:

زاویه اول	زاویه دوم	مجموع
۱۰	۴۰	۵۰
۲۰	۸۰	۱۱۰
۱۸	۷۲	۹۰

مثال (۲): مجموع سه عدد زوج متوالی ۶۶ است. آن اعداد را بیابید.

پاسخ:

عدد اول	عدد دوم	عدد سوم	مجموع
۱۰	۱۲	۱۴	۳۶
۱۶	۱۸	۲۰	۵۴
۲۰	۲۲	۲۴	۶۶



آموزش و تمرین

راهبرد تبدیل مسئله به مسائل ساده‌تر

برای حل برخی از مسائل می‌توانیم از مسئله‌های آسان ولی مرتبط با آن مسئله استفاده نماییم. مثلاً می‌توانیم از الگوی یافته شده در مسئله ساده‌تر استفاده کنیم و با ارتباط آن با مسئله اول، جواب مسئله اصلی را بیابیم.

تمرین: حاصل عبارت زیر را بیابید.

$$1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 199 - 200 =$$

✓ پاسخ:

ابتدا از حل ۲ عبارت زیر، الگویی را پیدا می‌کنیم.

$$1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 9 - 10 = -1 - 1 - 1 - 1 - 1 = -5$$

$$1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 15 - 16 = -1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 = -8$$

پس طبق الگوی یافته شده، حاصل عبارت نصف آخرین عدد است.

$$1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 199 - 200 = -100$$



مثال و پاسخ

مثال (۱): حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{49 \times 50} =$$

پاسخ: جمع دو تا $\Rightarrow \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

جمع سه تا $\Rightarrow \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} = \frac{6+2+1}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

جمع ۴ تا $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} = \frac{30+10+5+3}{60} = \frac{48}{60} = \frac{4}{5}$

با توجه به الگوی یافته شده از $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$ در می‌یابیم جمع تا $\frac{1}{49 \times 50}$

برابر است با $\frac{49}{50}$

مثال (۲): عدد ۱۴ را به تعداد ۸ بار در خودش ضرب کرده‌ایم. یکان آن

چند می‌شود؟

پاسخ: یکان آن ۶ است.

تعداد چهارهایی که در هم ضرب شده	۱	۲	۳	۴
	۴	۱۶	۶۴	۲۵۶
یکان	۴	۶	۴	۶

آموزش و تمرین

تبدیل مسئله به زیر مسئله

در برخی موارد می‌توان مسائل خیلی سخت و پیچیده را به چند مسئله کوچکتر تبدیل کرد.

تمرین: دو زاویه مکمل یکدیگرند و اندازه اولی 20° درجه از سه برابر اندازه دومی بیش‌تر است. اندازه متمم زاویه کوچکتر را بیابید.

پاسخ: برای حل این مسئله، آن را به چند مسئله کوچکتر تبدیل می‌کنیم.

از دو زاویه مکمل، 20° درجه کم می‌کنیم. حاصل چند می‌شود؟

$$180 - 20 = 160$$

مجموع دو زاویه 160° است. اگر اولی سه برابر دومی باشد، اندازه هر یک چقدر است؟

زاویه اول	زاویه دوم	جمع
60°	20°	80°
120°	40°	160°

با توجه به دو مسئله قبلی، زاویه بزرگتر 140° و زاویه کوچکتر 40° است.

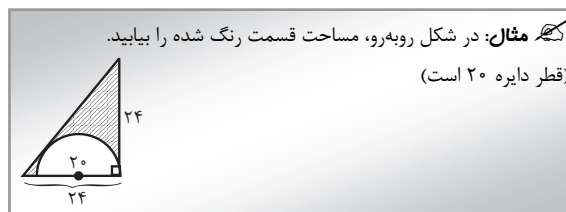
متمم زاویه 40° درجه را بیابید.

$$90 - 40 = 50$$

جواب مسئله 50° است.



مثال و پاسخ



پاسخ:

مساحت دایره‌ای به شعاع 10 را بیابید.

$$\begin{aligned} \text{مساحت دایره} &= \text{شعاع} \times \text{شعاع} \times \frac{3}{14} \\ &= 10 \times 10 \times \frac{3}{14} = 314 \end{aligned}$$

مساحت دایره‌ای 314 است. مساحت نیم‌دایره چقدر است؟

$$314 \div 2 = 157$$

و در آخر مساحت مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین به ضلع قائم 24 را بیابید.

$$\frac{2}{2} \div \text{قاعده} \times \text{ارتفاع} = \text{مساحت مثلث}$$

$$24 \times 24 \div 2 = 576 \div 2 = 288$$

حالا با کم کردن مساحت نیم‌دایره از مثلث $288 - 157 = 131$ مساحت قسمت رنگی محاسبه می‌شود.



آموزش و تمرین

روش نمادین

برخی از مسائل را می‌توان به صورت یک معادله نوشت سپس آن‌ها را حل کرد.

تمرین: برای خرید ۴ خودکار ۱۳۰۰ تومان به فروشنده داده‌ایم و ۱۰۰ تومان طلب‌کار شده‌ایم. حساب کنید قیمت هر خودکار چقدر است؟

پاسخ:

$$4 \times \square + 100 = 1300$$

$$4 \times \square = 1300 - 100$$

$$4 \times \square = 1200$$

با روش حدس زدن، می‌توان یافت که قیمت هر خودکار ۳۰۰ تومان است.



مثال و پاسخ

مثال (۱): ۸ برابر عددی را با ۱۲ جمع کرده‌ایم، حاصل ۵۲ شده است. آن عدد را بیابید.

پاسخ:

$$۸ \times \square + ۱۲ = ۵۲$$

$$۸ \times \square = ۵۲ - ۱۲$$

$$۸ \times \square = ۴۰$$

با حدس زدن، می‌توان یافت که عدد ۵ است.

مثال (۲): محیط مربعی ۱۲ واحد از مساحت آن کوچک‌تر است. اندازه هر ضلع مربع را بیابید.

پاسخ:

$$۱۲ - \text{مساحت مربع} = \text{محیط مربع}$$

$$۴ \times \square = \square \times \square - ۱۲$$

با روش حدس‌زدن می‌توان یافت در مربع، عدد ۶ قرار دارد.

$$۴ \times ۶ = ۶ \times ۶ - ۱۲$$

$$\square = ۶$$



آموزش و تمرین

بیشتر بدانیم

در مسئله‌هایی که مجموع و اختلاف دو عدد را داریم، می‌توانیم هر دو عدد را با استفاده از فرمول زیر به‌دست آوریم:

$$\text{عدد بزرگتر} = \frac{\text{اختلاف دو عدد} + \text{مجموع دو عدد}}{2}$$

$$\text{عدد کوچکتر} = \frac{\text{اختلاف دو عدد} - \text{مجموع دو عدد}}{2}$$

تمرین: اختلاف دو زاویه متمم 50° درجه است. اندازه هر دو زاویه را به‌دست آورید.

پاسخ: $90^\circ = \text{مجموع دو زاویه} = \text{دو زاویه متمم}$

$$50^\circ = \text{اختلاف دو زاویه}$$

$$\text{زاویه بزرگتر} = \frac{90^\circ + 50^\circ}{2} = \frac{140^\circ}{2} = 70^\circ$$

$$\text{زاویه کوچکتر} = \frac{90^\circ - 50^\circ}{2} = \frac{40^\circ}{2} = 20^\circ$$

مثال و پاسخ

مثال: مجموع سن دو نفر ۳۷ و اختلاف سن آن‌ها ۱۳ سال است. سن هر کدام چند سال است؟

پاسخ:

$$\begin{aligned} \text{مجموع} &= ۳۷ & \text{اختلاف} &= ۱۳ \\ \text{سن شخص بزرگ‌تر} &= \frac{۳۷+۱۳}{۲} = \frac{۵۰}{۲} = ۲۵ \\ \text{سن شخص کوچک‌تر} &= \frac{۳۷-۱۳}{۲} = \frac{۲۴}{۲} = ۱۲ \end{aligned}$$



آموزش و تمرین

بیش تر بدانیم

برای به دست آوردن مجموع اعداد با فاصله‌های یکسان از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

براین این کار، ابتدا باید تعداد اعداد را به دست آوریم:

$$+1 = \frac{\text{کوچک‌ترین عدد} - \text{بزرگ‌ترین عدد}}{\text{فاصله}} = \text{تعداد}$$

$$\text{تعداد} \times \frac{\text{کوچک‌ترین عدد} + \text{بزرگ‌ترین عدد}}{2} = \text{مجموع}$$

به طور مثال: برای به دست آوردن مجموع اعداد

$$25 + 30 + 35 + 40 + \dots + 125 = ?$$

$$\text{تعداد} = \frac{125 - 25}{5} + 1 = \frac{100}{5} + 1 = 20 + 1 = 21$$

$$\text{مجموع اعداد} = \frac{125 + 25}{2} \times 21 = \frac{150}{2} = 75 \times 21 = 1575$$

مثال و پاسخ

مثال: حاصل جمع عبارت‌های زیر را بیابید؟

الف) $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 199 =$

ب) $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 1000 =$

 پاسخ:

$$\text{تعداد (الف)} = \frac{199-1}{2} + 1 = \frac{198}{2} + 1 = 99 + 1 = 100$$

$$\text{مجموع اعداد} = \frac{199+1}{2} \times 100 = \frac{200}{2} \times 100 = 100 \times 100 = 10000$$

$$\text{تعداد (ب)} = \frac{1000-2}{2} + 1 = 499 + 1 = 500$$

$$\begin{aligned} \text{مجموع اعداد} &= \frac{1000+2}{2} \times 500 = \frac{1002}{2} \times 500 \\ &= 501 \times 500 = 250500 \end{aligned}$$



تمرین‌های فصل اول

۱- در جشن تولد زهرا، دوستانش $\frac{2}{3}$ کیک را خوردند و پدر و مادرش $\frac{2}{5}$

باقی‌مانده کیک را خوردند و برادر زهرا $\frac{5}{6}$ باقی‌مانده کیک را خورد، چه

کسری از کیک برای زهرا باقی‌مانده است؟

۲- دو عدد طبیعی پیدا کنید که حاصل ضرب آن‌ها ۴۸ و حاصل جمع آن‌ها

کم‌ترین مقدار ممکن باشد؟

۳- مجموع سن سه نفر ۱۱ و حاصل ضرب سن آن‌ها ۴۰ است. سن تک‌تک

افراد را به‌دست آورید.

۴- سه جمله بعدی از دنباله را بنویسد و سپس جمله n ام را پیدا کنید.

۱, ۳, ۶, ۱۰, ۱۵, , , , ...

۵- مهدی به یک فروشگاه رفته و ۷ دفتر خرید. سپس ۸۰۰۰ تومان به

فروشنده داد و ۱۷۰۰ تومان پس گرفت. قیمت هر دفتر چند تومان است؟

تمرین‌های فصل اول



مسابقات بین‌المللی

۶- مهرداد هفته‌ای ۳۵۰۰ تومان پس‌انداز می‌کند. اگر ۴ هفته پولش را جمع

کند، می‌تواند $\frac{7}{9}$ مبلغ یک کیف را تهیه کند. او چند هفته دیگر باید

پس‌انداز کند تا بتواند کیف را بخرد؟

۷- حاصل عبارات زیر را به دست آورید؟

$$\text{الف) } \left(1 + \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{3}\right)\left(1 + \frac{1}{4}\right)\dots\left(1 + \frac{1}{87}\right) =$$

$$\text{ب) } \frac{7}{8} \times \frac{8}{9} \times \frac{9}{10} \times \dots \times \frac{35}{36} =$$

۸- مینا ۴۵۴۷۲۳۵۰ تومان و خدیجه ۱۵۲۵۴۷۸۰ تومان پس‌انداز دارند.

پول مینا تقریباً چند برابر پول خدیجه است؟

۹- اگر به ۱۱ برابر عددی ۹ واحد اضافه کنیم، حاصل ۴۲ می‌شود. آن عدد

چند است؟

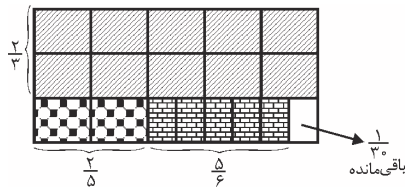
۱۰- در یک باغ وحش ۲۲ شترمرغ و روباه وجود دارد. اگر تعداد پاهای آن‌ها

در مجموع ۶۴ پا باشد، در این باغ وحش چند روباه و چند شترمرغ وجود

دارد؟

پاسخ تشریحی تمرین‌های فصل اول

۱-



۲-

اولین عدد	دومین عدد	حاصل جمع
۱	۴۸	$۱ + ۴۸ = ۴۹$
۲	۲۴	$۲ + ۲۴ = ۲۶$
۳	۱۶	$۳ + ۱۶ = ۱۹$
۴	۱۲	$۴ + ۱۲ = ۱۶$
۶	۸	$۶ + ۸ = ۱۴$

کم‌ترین مقدار ممکن

۳-

۴۰ = ۵ × ۲ × ۴ ۵ + ۲ + ۴ = ۱۱ ۵ و ۲ و ۴ سال سن دارند.



پاسخ تشریحی تمرین‌های فصل اول

۱, ۳, ۶, ۱۰, ۱۵, $\boxed{21}$, $\boxed{28}$, $\boxed{36}$, ... -۴

(شماره جمله بعدی \times شماره جمله) $\div 2$

$$\text{جمله } n\text{ام} = \frac{n(n+1)}{2}$$

-۵

$$7 \times \square + 1700 = 8000$$

$$8000 - 1700 = 6300$$

تومان $900 = 6300 \div 7 =$ قیمت هر دفتر

-۶

$$3500 \times 4 = 14000$$

$$\frac{7}{9} = \frac{14000}{x} \Rightarrow x = \frac{14000 \times 9}{7} = 18000$$

$$18000 - 14000 = 4000$$

دو هفته دیگر باید پس‌انداز کند.

-۷

$$\text{الف) } \left(1 + \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{3}\right)\left(1 + \frac{1}{4}\right)\dots\left(1 + \frac{1}{87}\right) = \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \dots \times \frac{88}{87}$$

$$= \frac{88}{2} = 44$$

$$\text{ب) } \frac{7}{8} \times \frac{8}{9} \times \frac{9}{10} \times \dots \times \frac{35}{36} = \frac{7}{36}$$



پاسخ تشریحی تمرین‌های فصل اول

-۸

پول مینا 45000000 → با تقریب کم‌تر از 1000000 45472350

پول خدیجه 15000000 → با تقریب کم‌تر از 1000000 15254780

$$45000000 \div 15000000 = 3$$

پول مینا تقریباً ۳ برابر پول خدیجه است.

-۹

$$11 \times \square + 9 = 42$$

$$42 - 9 = 33$$

$$\square = 33 \div 11 = 3$$

آن عدد

-۱۰

هر حیوان را یک دایره فرض می‌کنیم و به هر دایره ۲ پا می‌دهیم سپس ۲۰ پا باقی می‌ماند، که باز هم به هر دایره ۲ پای دیگر می‌دهیم.

پس نتیجه می‌گیریم که ۱۰ روباه و ۱۲ شترمرغ در این باغ وحش وجود دارد.



فصل دوم

عددهای صحیح



فهرست داخلی فصل دوم

آموزش و تمرین	۳۴
مثال و پاسخ	۳۵
بیشتر بدانیم	۵۶
تمرین‌های فصل دوم	۶۰
پاسخ تشریحی تمرین‌های فصل دوم	۶۲

آموزش و تمرین

تعریف مجموعه اعداد

اعداد طبیعی: برای شمارش از اعداد طبیعی استفاده می‌کنیم.
مجموعه اعداد طبیعی را با حرف \mathbb{N} (Natural) نمایش می‌دهند.
 $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ یا $\mathbb{N} = \{+1, +2, +3, \dots\}$
اعداد حسابی: اگر به مجموعه اعداد طبیعی، عدد صفر را هم اضافه کنیم، اعداد حسابی به دست می‌آیند که با نماد \mathbb{W} یا \mathbb{I} نمایش داده می‌شود.
 $\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ یا \mathbb{I}
اعداد صحیح: به مجموعه اعداد طبیعی و صفر و اعداد منفی، اعداد صحیح می‌گویند که با نماد \mathbb{Z} نشان داده می‌شود.
 $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \dots\}$
(...) به معنای آن است که این مجموعه ابتدا و پایانی ندارد و تا بی‌نهایت ادامه دارد.



مثال و پاسخ

مثال (۱): بزرگ‌ترین عضو مجموعه اعداد صحیح
 پاسخ: معین نیست، مشخص نیست.

مثال (۲): نام دیگر مجموعه اعداد صحیح مثبت، اعداد است.
 پاسخ: اعداد طبیعی

مثال (۳): بزرگ‌ترین عضو مجموعه اعداد صحیح منفی، عدد است.
 پاسخ: عدد ۱-

مثال (۴): مجموعه اعداد طبیعی را با علامت و اعداد صحیح را با علامت نشان می‌دهند.
 پاسخ: \mathbb{Z}, \mathbb{N}

مثال (۵): اعداد صحیح سه دسته‌اند: و و
 پاسخ: اعداد صحیح مثبت، صفر و اعداد صحیح منفی

آموزش و تمرین

قرینه کردن عدد صحیح

برای قرینه کردن یک عدد صحیح باید علامت آن را تغییر داد.

$$-3 \xrightarrow{\text{قرینه}} +3$$

$$+1 \xrightarrow{\text{قرینه}} -1$$

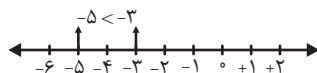
نماد قرینه در ریاضیات، علامت (-) است.

(-7) یعنی قرینه (7)

مقایسه اعداد صحیح: هر عددی که روی محور، به سمت راست محور

نزدیکتر باشد، بزرگتر است.

عدد -3 از عدد -5 بزرگتر است.



قرینه صفر، خود صفر است. $-0 = 0$

قرینه قرینه هر عدد، با خود آن عدد برابر است. $-(-5) = 5$

قرینه اعداد صحیح مثبت، از خود آنها کوچکتر است.

عدد صفر، نه مثبت است و نه منفی.



مثال و پاسخ

مثال (۱): قرینه قرینه هر عدد برابر است با

پاسخ: خود آن عدد

مثال (۲): قرینه اعداد صحیح منفی همان اعداد، می باشد.

پاسخ: اعداد طبیعی

مثال (۳): قرینه اعداد صحیح منفی، از خودشان است.

پاسخ: بزرگتر

مثال (۴): عدد ۱۷- از قرینه اش است.

پاسخ: کوچکتر

مثال (۵): هر عدد صحیح مثبت، از هر عدد صحیح منفی است.

پاسخ: بزرگتر

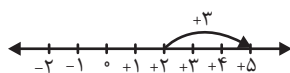
مثال (۶): عدد صفر از تمام اعداد صحیح منفی است.

پاسخ: بزرگتر

آموزش و تمرین

عدد متناظر با حرکت

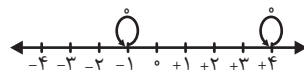
اگر در محور اعداد صحیح به سمت راست حرکت کنیم، بیان‌گر یک حرکت مثبت است.



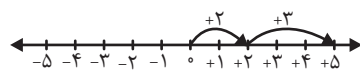
و اگر به سمت چپ حرکت کنیم، بیان‌گر یک حرکت منفی است.



عدد مربوط به حرکت صفر را به صورت زیر نمایش می‌دهند.



برای چند حرکت پشت سرهم روی محور اعداد صحیح، می‌توان یک جمع نوشت.

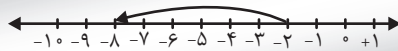


جمع: $(+2) + (+3) = (+5)$



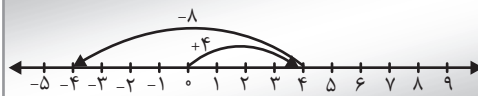
مثال و پاسخ

مثال (۱): عدد متناظر با حرکت زیر، عدد است.



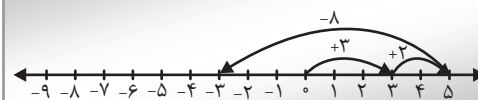
پاسخ: (-۶)

مثال (۲): جمع متناظر با حرکت‌های زیر است.



پاسخ: $(+۴) + (-۸) = (-۴)$

مثال (۳): جمع متناظر با حرکت‌های زیر است.



پاسخ: $(+۳) + (+۲) + (-۸) = (-۳)$



آموزش و تمرین

نمایش تفریق دو عدد روی محور

برای نمایش تفریق دو عدد صحیح روی محور اعداد، باید آن را به جمع تبدیل نمود.

$$(-5) - (+3) = (-5) + (-3)$$

قرینه

$$(-3) - (-2) = (-3) + (+2)$$

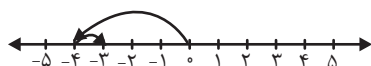
قرینه

برای جمع اعداد صحیح، باید حرکت اول را از صفر شروع کنیم.

مثال و پاسخ

مثال (۱): عبارت $(-4) - (-1)$ را روی محور نمایش دهید.

پاسخ:

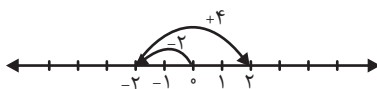


$$(-4) - (-1) = (-4) + (+1) = (-3)$$

قرینه

مثال (۲): عبارت $(-2) + (+4)$ را روی محور نمایش دهید.

پاسخ:

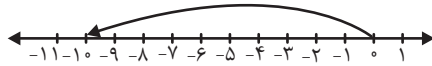


$$(-2) + (+4) = (+2)$$

آموزش و تمرین

خاصیت‌های جمع اعداد صحیح

جمع هر عدد با صفر: حاصل جمع هر عدد با صفر، برابر با خود آن عدد است.
 $(-10) + 0 = -10$



جمع هر عدد با قرینه‌اش: حاصل جمع هر عدد با قرینه‌اش، برابر صفر است.
 $(+6) + (-6) = 0$



خاصیت جابه‌جایی عمل جمع: در جمع اعداد صحیح، اگر جای اعداد عوض شود، حاصل تغییر نمی‌یابد.

$$(+4) + (-2) = (+2)$$

$$(-2) + (+4) = +2$$



مثال و پاسخ

مثال (۱): حاصل عبارت $(-6) + 0$ برابر است با

پاسخ: ۶-

مثال (۲): خاصیت‌های جمع اعداد صحیح را نام ببرید.

پاسخ:

۱- جمع هر عدد با صفر، برابر خود آن عدد است.

۲- جمع هر عدد با قرینه‌اش، برابر صفر است.

۳- خاصیت جابه‌جایی:

$$(-8) + (-100) = (-100) + (-8)$$

مثال (۳): عبارت $(-8) + (+8)$ بیان‌گر خاصیت است.

پاسخ: جمع هر عدد با قرینه‌اش

آموزش و تمرین

روش محاسبه اعداد صحیح بدون محور

۱- مختصرنویسی: (یعنی برداشتن پرانتزها و از بین بردن علامت‌های اضافه)

$$(-32) + (-11) = -32 - 11$$

$$\underbrace{-(-10)}_{\text{قرینه}} + (-8) = +10 - 8$$

$$(-39) - \underbrace{-(-13)}_{\text{قرینه}} = -39 + 13$$

پس از این‌که عملیات مختصرنویسی را انجام دادید، باید به علامت‌ها توجه کنید. اگر علامت‌ها مثل هم بودند، اعداد را با هم جمع می‌نماییم و اگر علامت‌ها مثل هم نبودند، اعداد را از هم کم می‌نماییم و در پایان علامت عدد بزرگ‌تر (بدون در نظر گرفتن علامت) را می‌گذاریم.

$$-32 - 11 = -43$$

$$+10 - 8 = +2$$

$$-39 + 13 = -26$$

مثال و پاسخ

مثال (۱): حاصل عبارت‌های زیر را بیابید.

الف) $-(-8) + (-9)$

ب) $-(-(-10)) + (+10)$

ج) $-3 + (-4)$

پاسخ:

الف) غیرهم‌علامت $-(-8) + (-9) = +8 - 9 = -1$

ب) غیرهم‌علامت $-(-(-10)) + (+10) = -10 + 10 = 0$ قرینه قرینه

ج) هم‌علامت $-3 + (-4) = -3 - 4 = -7$

مثال (۲): عبارت زیر را مختصرنویسی کنید.

$-(-10) + (-11)$

پاسخ:

$-(-10) + (-11) = +10 - 11$



آموزش و تمرین

روش محاسبه اعداد صحیح

۲- جدول ارزش مکانی

$$-۳۲ + ۱۱ =$$

علامت	دهگان	یکان
-	۳	۲
+	۱	۱
	-۲	-۱

$$-۲۰ - ۱ = -۲۱$$

$$-۳۲ + ۱۱ =$$

دهگان	یکان
-۳	-۲
+۱	+۱
-۲	-۱

$$-۲۰ - ۱ = -۲۱$$

۳- روش گسترده نویسی اعداد

$$۳۲۴ = ۳۰۰ + ۲۰ + ۴$$

$$-۵۴۸ = -۵۰۰ - ۴۰ - ۸$$



مثال و پاسخ

مثال (۱): حاصل عبارت $-۳۹۸ + (+۴۹)$ را در جدول ارزش مکانی محاسبه کنید.

پاسخ:

$$-۳۹۸ + ۴۹$$

صدگان	دهگان	یکان
-۳	-۹	-۸
	+۴	+۹
-۳	-۵	+۱

$$-۳۰۰ - ۵۰ + ۱ = -۳۴۹$$

مثال (۲): گسترده‌ی عدد -۹۰۱ را بنویسید.

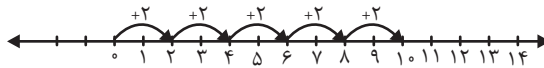
پاسخ:

$$-۹۰۱ = -۹۰۰ - ۱$$

آموزش و تمرین

نشان دادن ضرب روی محور

برای چند حرکت مساوی و پشت سرهم روی یک محور، می‌توان ضرب نوشت.



$$5 \times (+2) = +10$$

عدد حرکت تعداد حرکت

ضرب و تقسیم اعداد صحیح: ابتدا عددها را در هم ضرب و یا تقسیم نموده، سپس علامت‌ها را در هم ضرب می‌کنیم.

$$(-12) \div (-4) = +3$$

$$(-2) \times (+3) = -6$$

$$(+18) \div (-2) = -9$$

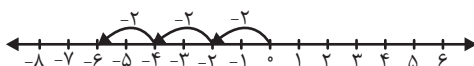
$$(-3) \times (-5) = +15$$

جدول ضرب علامت‌ها	×	+	-
	+	+	-
	-	-	+

مثال و پاسخ

مثال (۱): برای ضرب $3 \times (-2)$ روی محور، حرکت بکشید.

پاسخ:



مثال (۲): برای حرکت کشیده شده یک عبارت ضرب بنویسید.



پاسخ:

$$2 \times (-4) = -8$$

مثال (۳): حاصل ضرب دو عدد صحیح، عددی است.

پاسخ: صحیح

مثال (۴): حاصل ضرب یک عدد طبیعی در یک عدد صحیح، عددی

..... است.

پاسخ: صحیح



آموزش و تمرین

ضرب اعداد صحیح

در ضرب اعداد صحیح، علامت نهایی به تعداد علامت‌های منفی بستگی دارد.

اگر تعداد علامت‌های منفی فرد باشد، جواب آخر منفی است.

$$\text{منفی} \quad (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times \dots \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times \dots = -\dots$$

اگر تعداد علامت‌های منفی زوج باشد، جواب آخر مثبت است.

$$\text{مثبت} \quad (+1) \times (+1) \times (+1) \times (+1) \times (+1) \times \dots \times (+1) \times (+1) \times (+1) \times (+1) \times (+1) \times \dots = +\dots$$

ضرب اعداد صحیح در صفر برابر با صفر است.

$$0 = 0 \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times \dots \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times \dots$$

در تقسیم اعداد صحیح، مخرج هیچ‌گاه صفر نمی‌شود.

$$\frac{\text{عدد}}{\text{صفر}} = \text{مشخص نیست، تعریف نشده}$$

در تقسیم اعداد صحیح اگر صورت صفر باشد، حاصل برابر صفر است.

$$0 = \frac{(-18) + 18}{1 \times 11 \times 12 \times 13 \times \dots}$$



مثال و پاسخ

مثال (۱): علامت عبارت عددی زیر است.

$$(-9 + 8) \times (-8 + 7) \times (-7 + 6) \times (-6 + 5) =$$

پاسخ: عددی مثبت است.

مثال (۲): حاصل ضرب سه عدد صحیح متوالی منفی، عددی است.

پاسخ: منفی است.

مثال: $(-2)(-3)(-4) = (-24)$

مثال (۳): حاصل عبارت روبه‌رو چند است؟

$$\frac{-(-6 + 6)}{-49 \times -38}$$

پاسخ: در تقسیم هرگاه صورت صفر باشد، پاسخ کسر صفر است.

$$-(-6 + 6) = 0$$

$$\frac{-(-6 + 6)}{-49 \times -38} = \frac{0}{-49 \times -38} = 0$$

مثال (۴): حاصل عبارت مقابل چه عددی است؟

$$-8 \times -7 \times -6 \times \dots \times 2 =$$

پاسخ: حاصل صفر است.

$$-8 \times -7 \times -6 \times -5 \times -4 \times -3 \times -2 \times 0 \times 2 \times 1$$



آموزش و تمرین

اولویت در عملیات

ضرب هر عدد در قرینه‌اش، برابر عددی منفی است.

مثال $(-2) \times (+2) = -4$

تقسیم هر عدد بر قرینه‌اش، عدد -1 است.

مثال $(+7) \div (-7) = -1$

تقسیم هر عدد بر خودش، برابر 1 است.

مثال $(-11) \div (-11) = +1$

تقسیم هر عدد بر (-1) ، برابر قرینه‌اش است.

مثال $(-35) \div (-1) = +35$

مراحل محاسبه یک عبارت صحیح

۱- محاسبه عبارت داخل پرانتز

۲- ضرب و تقسیم

۳- جمع و تفریق

۴- در اولویت‌های یکسان، مثل ضرب و تقسیم و یا جمع و تفریق به ترتیب

از سمت چپ شروع به حل می‌نماییم.



مثال و پاسخ

مثال (۱): علامت عبارت روبه‌رو را بیابید.

$$(-4) \times (+4) \times (-3) \times (+3) \times (-2) \times (+2) \times (-1) \times (+1) =$$

پاسخ:

$- \times - \times - \times - = +$ حاصل عددی مثبت است.

چون تعداد علامت‌های منفی زوج است، پس حاصل مثبت است.

مثال (۲): حاصل عبارت روبه‌رو را بیابید.

$$-[-3(-8 \div -2)] \div [-3 \times (-8 \div -2)] =$$

پاسخ: حاصل برابر ۱- است، زیرا دو گروه، قرینه یکدیگرند.

مثال (۳): حاصل عبارت روبه‌رو را بیابید.

$$3 - 18 \div (-2) \times (-5 - 3) =$$

پاسخ:

۱- حاصل پرانتز (-8)

۲- تقسیم (زیرا به سمت چپ نزدیک‌تر است). $-18 \div -2 = +9$

۳- ضرب $+9 \times -8 = -72$

۴- جواب نهایی $3 - 72 = -69$

آموزش و تمرین

حل برخی از سؤالات به ظاهر مشکل

تمرین: مجموع اعداد از یک تا صد را بیابید.

$$\begin{array}{r}
 + \left(\begin{array}{cccccccc} 1, & 2, & 3, & 4, & \dots, & 97, & 98, & 99, & 100 \end{array} \right) + \\
 \left(\begin{array}{cccccccc} 100, & 99, & 98, & 97, & \dots, & 4, & 3, & 2, & 1 \end{array} \right) \\
 \hline
 101, 101, 101, 101, \dots, 101, 101, 101, 101
 \end{array}$$

حاصل ۱۰۰ تا ۱۰۱ است که اگر تقسیم بر دو شود، حاصل جمع ۱ تا ۱۰۰ محاسبه شده است.

$$\frac{100 \times 101}{2} = 5050$$

در حل سؤالات ریاضی، ابتدا کل صورت سؤال را مورد توجه قرار دهید، زیرا ممکن است به جای انجام محاسبات طولانی یا کل‌بینی سؤال، روابط خاصی از سؤال را بیابید که در حل آن به شما کمک شایانی کند.



مثال و پاسخ

مثال (۱): حاصل $(20-1) \times (20-2) \times \dots \times (20-20)$ کدام است؟

پاسخ:

به جای حل $19 \times 18 \times \dots$ شما می‌توانید بگویید چون $20-20=0$ است. پس حاصل ضرب هر عدد در صفر برابر صفر است.

مثال (۲): مجموع اعداد صحیح بین $+10$ تا -10 را بیابید.

$$-9, -8, -7, \dots, +7, +8, +9$$

پاسخ:

به جای حل $-9 - 8 - 7 - \dots$

می‌توان اعداد قرینه را حذف کرد، که به این ترتیب حاصل صفر می‌شود.

$$-9, -8, -7, \dots, +7, +8, +9$$



آموزش و تمرین

بیشتر بدانیم

قوانین کسرها:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = bc$$

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{c} \times \frac{d}{b}$$

مثال و پاسخ

مثال: حاصل عبارات مقابل را به شکل دیگری بنویسید.

$$\begin{array}{llll} \text{الف)} \frac{3}{5} = \frac{6}{10} & \text{ب)} \frac{5}{4} = \frac{20}{16} & \text{ج)} \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{8}} & \text{د)} \frac{\frac{3}{5}}{\frac{2}{6}} \end{array}$$

پاسخ:

$$\text{الف)} \frac{3}{5} = \frac{6}{10} \Rightarrow \frac{3}{6} = \frac{5}{10}$$

$$\text{ب)} \frac{5}{4} = \frac{20}{16} \Rightarrow 5 \times 16 = 20 \times 4 \Rightarrow 80 = 80$$

$$\text{ج)} \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{8}} = \frac{3 \times 8}{4 \times 5}$$

$$\text{د)} \frac{\frac{3}{5}}{\frac{2}{6}} = \frac{3}{5} \times \frac{6}{2}$$



آموزش و تمرین

بیشتر بدانیم

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n-1) = n \times n$$

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n+1)$$

در ضرب اعداد منفی، اگر تعداد علامت‌های منفی زوج باشد، حاصل، عددی

مثبت و اگر تعداد علامت‌های منفی فرد باشد، حاصل، عددی منفی است.

جمع چند عدد منفی، عددی منفی است.

اگر چند عبارت که تعداد آن‌ها زوج است با هم جمع شوند و حاصل عدد

صفر شود؛ آن عبارت‌ها نیز حتماً صفر هستند.

مثال و پاسخ

مثال (۱): حاصل را بیابید.

$$\underbrace{2 + 4 + 6 + \dots + 20}_{\text{تعداد } 10 \text{ عدد}} = ?$$

پاسخ:

$$\begin{aligned} &\Rightarrow n(n+1) \\ &= 10(10+1) = 10 \times 11 = 110 \end{aligned}$$

مثال (۲): مقدار a و b را بیابید.

$$(a-4)(a-4)(a-4)(a-4) + (b+2)(b+2) = 0$$

پاسخ:

$$\Rightarrow \begin{cases} a-4=0 \Rightarrow a=4 \\ b+2=0 \Rightarrow b=-2 \end{cases}$$



تمرین‌های فصل دوم

۱- میانگین اعداد زیر را به دست آورید.

$$+9, -19, -15, +5$$

۲- جمع و ضرب مقابل را روی محور نشان دهید.

$$5 \times (-2) =$$

$$(-4) + (+9) =$$

۳- در جای خالی علامت (+ یا -) قرار دهید به طوری که حاصل عبارت زیر کم‌ترین مقدار ممکن شود.

$$-5 - \square + 6 \square - 8 \square - 2$$

۴- حاصل عبارت زیر را با استفاده از جدول ارزش مکانی به دست آورید.

$$(-356) + (+297) =$$

۵- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $3 - (-5) - 6 =$

ب) $[(-5) \times (-9)] \div [(-12) - (+3)] =$



تمرین‌های فصل دوم

۶- حاصل کسره‌های زیر را به‌دست آورید.

$$\frac{(-16) \times (+30)}{(-45) \times (+48)} = \frac{-1-2-3-4}{-5+4-3+2-1} =$$

۷- میانگین دمای هوای دو شهر ۸- درجه است. اگر دمای هوای یکی از این

شهرها ۵ درجه بالای صفر باشد، دمای هوای شهر دیگر را به‌دست آورید؟

۸- حاصل عبارت زیر را به‌ترتیب اولویت عملیات، به‌دست آورید.

$$-7 + 2 \times (-4 - 3) - 8 \div (+2) =$$

۹- اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$$2, 0, -8, +11, -12, -18$$

۱۰- یک پروانه در ۱۱ متری از سطح زمین پرواز می‌کند. گنجشکی ۱۲ متر

بالتر از پروانه در حال پرواز است. اگر یک زنبور ۷ متر پایین‌تر از گنجشک

پرواز کند، زنبور در چه ارتفاعی از سطح زمین در حال پرواز است؟



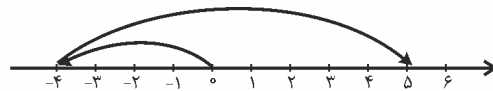
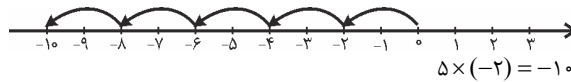
پاسخ تشریحی تمرین‌های فصل دوم

-۱

$$+9 - 19 - 15 + 5 = -10 - 10 = -20$$

$$-20 \div 4 = -5 \text{ میانگین}$$

-۲



-۳

$$-5 - \boxed{+} + 6 \boxed{+} - 8 \boxed{+} - 2 = -5 - 6 - 8 - 2 = -21$$

-۴

صدگان	دهگان	یکان
-۳	-۵	-۶
+۲	+۹	+۷
-۱	+۴	+۱

$$-100 + 40 + 1 = -60 + 1 = -59$$



۵-

الف) $+3 + 5 - 6 = +2$

ب) $(-5 \times -9) \div (-12 - 3) = +45 \div -15 = -3$

۶-

$$\frac{-16 \times +30}{-45 \times +48} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{5}}{3 \times \cancel{5} \times 3 \times \cancel{6}} = \frac{-2}{-9} = +\frac{2}{9}$$

$$\frac{-1 - 2 - 3 - 4}{-5 + 4 - 3 + 2 - 1} = \frac{-10}{-3} = +\frac{10}{3}$$

۷-

حاصل جمع دمای دو شهر $(-8) \times 2 = -16$

دمای هوای شهر دوم $-16 - (+5) = -16 - 5 = -21$

۸-

$$-7 + 2 \times \frac{-7}{(-4-3)} - 8 \div (+2) = -7 + \frac{2 \times -7}{-14} = \frac{-8 \div 2}{-4}$$

$= -7 - 14 - 4 = -25$



پاسخ تشریحی تمرین‌های فصل دوم

-۹

$$-11 < -12 < -8 < 0 < +2 < +11$$

-۱۰

$$+11 + 12 - 7 = +23 - 7 = +16$$

زنبور در ارتفاع ۱۶ متری پرواز می‌کند.

فصل سوم

جبر و معادله



فهرست داخلی فصل سوم

آموزش و تمرین	۶۶
مثال و پاسخ	۶۷
بیشتر بدانیم	۸۴
تمرین‌های فصل سوم	۸۸
پاسخ تشریحی تمرین‌های فصل سوم	۹۰





آموزش و تمرین

الگوهای عددی

به سری اعداد، مثل:

 $2, 4, 6, 8, \dots$ $7, 14, 21, 28, \dots$ $1, 3, 5, 7, \dots$

الگوی عددی گویند. در هر الگوی عددی، بین اعداد یک رابطه خاصی وجود دارد که به آخرین جمله آن، جمله n (انم) گویند.

۱	۲	۳	۴		n جمله جمله ام n
جمله اول	جمله دوم	جمله سوم	جمله چهارم		
۲	۴	۶	۸	همه جمله‌ها دو برابر شدند	$2n$
۷	۱۴	۲۱	۲۸	همه جمله‌ها هفت برابر شدند	$7n$
۱	۳	۵	۷	از دو برابر هر جمله یکی کم شده	$2n - 1$

مثال و پاسخ

مثال (۱): در الگوی داده شده، جمله n (نم) را بیابید.

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$$

پاسخ:

جمله اول	جمله دوم	جمله سوم	مخرج هر جمله با شماره جمله برابر است.	n جمله n ام
$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{n}$

مثال (۲): الگوی مربوط به جمله $3n + 1$ را بنویسید.

$$4, 7, 10, 13, \dots, 3n + 1$$

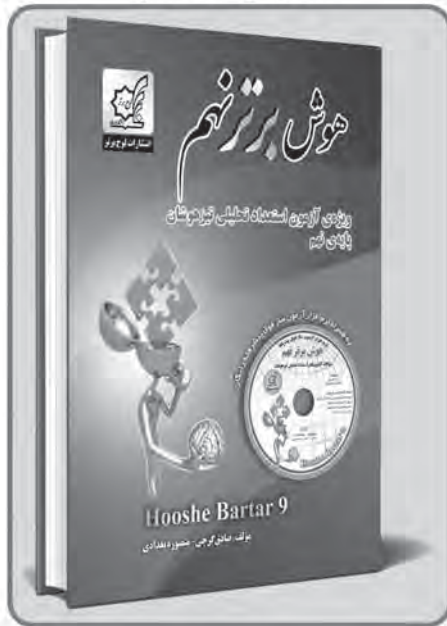
پاسخ:

مثال (۳): جمله هشتم الگویی با جمله $3 - \frac{n}{2}$ را بیابید.

$$\frac{n}{2} - 3 = \frac{8}{2} - 3 = 4 - 3 = 1$$

پاسخ:

هوش برتر نهم



سوالات استعداد تحلیلی آزمون تیزهوشان نهم
با نرم افزار آزمون ساز رایگان

اسمارت نهم



آموزش ریاضی تیزهوشان و نمونه دولتی نهم
با نرم افزار آزمون ساز رایگان

اتاق فرمان نهم



انتخاب رشته آگاهانه و موفق در پایه نهم

فست بوک ریاضی نهم

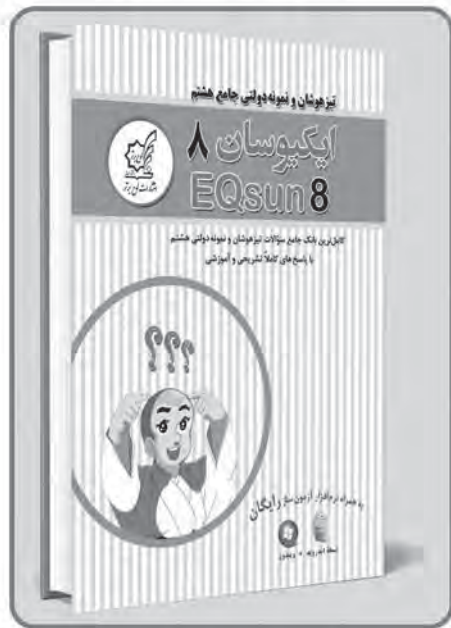


آموزش سریع، آسان و کامل ریاضی



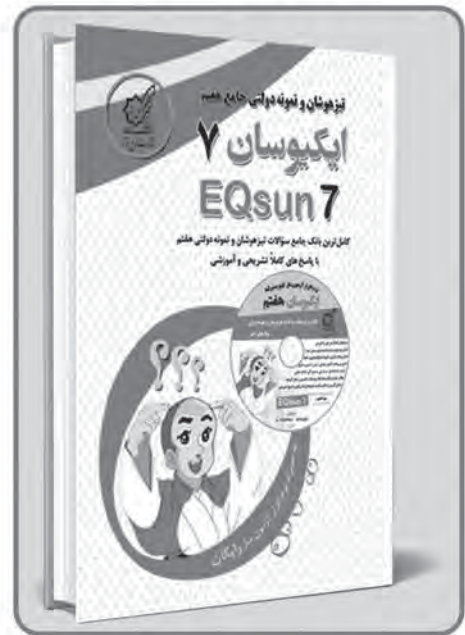
برای آشنایی بیشتر و دریافت بخشی از متن کتابها QRcode مقابل را اسکن کنید.

ایکیوسان هشتم



کامل ترین بانک سؤالات تیزهوشان و نمونه دولتی
تمام دروس پایه هشتم (با نرم افزار آزمون ساز رایگان)

ایکیوسان هفتم



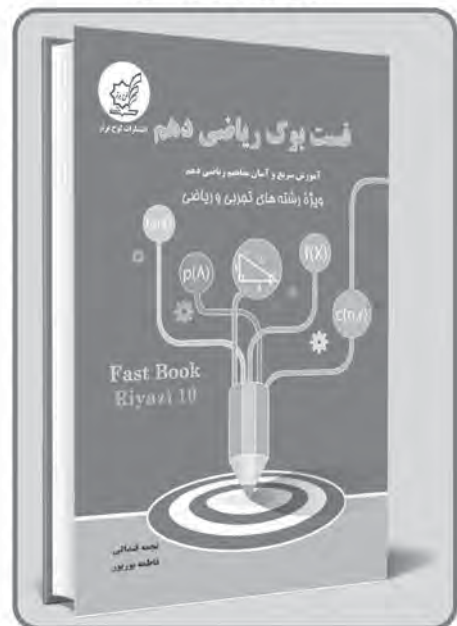
کامل ترین بانک سؤالات تیزهوشان و نمونه دولتی
تمام دروس پایه هفتم (با نرم افزار آزمون ساز رایگان)

دکتر شو زیست دهم لوح برتر آموزش و تست کنکور



آموزش به سبک کنکور همراه با تست های جامع
(با نرم افزار آزمون ساز رایگان)

فست بوک ریاضی دهم تجربی و ریاضی



آموزش سریع، آسان و جامع ریاضی

لوحة برتر انتخاب برتر

تلفن های ثبت سفارش و خرید:

۰۲۱ - ۶۶۹۷۱۹۷۰

۶۶۹۷۲۴۷۸

۶۶۹۷۱۸۰۴

۶۶۱۷۵۰۵۳



ارتباط با انتشارات لوح برتر:

تهران، میدان انقلاب، خیابان کارگر جنوبی

بین لبافی نژاد و جمهوری، پلاک ۱۲۱۳

  Lohebartarpub  Lohebartar  www.Lohebartar.ir

سامانه پیامکی: ۰۳۶-۵۳۶۴۰۰۰-۳